используются полученные ранее знания о случайных экспериментах, способах представления данных и статистических характеристиках. В ходе описания исследований вводятся некоторые новые статистические понятия, отражающие специфику данного исследования. Они позволяют понять как центральные тенденции ряда данных, так и меру вариации. Включение данного материала направлено прежде всего на формирование умений понимать и интерпретировать статистические результаты, представляемые в средствах массовой информации.

Предполагается не столько формальное заучивание новых терминов, сколько первоначальное знакомство с понятийным аппаратом этой области знаний, необходимой каждому современному человеку, отсюда и непривычные для учебника математики названия пунктов, представляющих собой постановку практически задач, для решения которых используется как уже изученный, так и новый статистический аппарат.

Основная цель: сформировать представление о статистических исследованиях, обработке данных и интерпретации результатов.

Номер пункта	**Содержание материала**	**Кол-во часов**
Глава 5. Статистические исследования		
5.1	Как исследуют качество знаний школьников	3
5.2	Удобно ли расположена школа	3
5.3	Куда пойти работать	3

ОБ ИНТЕГРАЦИИ СТОХАСТИЧЕСКОЙ ЛИНИИ В СЛОЖИВШИЙСЯ КУРС МАТЕМАТИКИ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ

А.Г.Мордкович, П.В.Семенов
(Москва)

1. Школьное образование и, в частности, школьное математическое образование – весьма сложная и объемная система, обладающая именно в силу своей сложности и объемности большой инертностью и заметной степенью консервативности. Любые изменения, нововведения, реформы, модернизации и т.п. возможны здесь только с достаточно полным учетом сложившихся реалий, при совершенно необходимом условии наличия тесных взаимосвязей с имеющейся структурой этого сложного организма.

Различные варианты объёма и характера изложения в общеобразовательной школе элементов стохастики неоднократно появлялись и обсуждались на протяжении последних 10–15 лет. Первые версии, входившие в проекты обязательного минимума содержания обучения математике, включали явно избыточный материал (вплоть до плотностей непрерывно распределённых случайных величин, их математического ожидания и дисперсии и т.п.). Даже после появления в 2003 г. инструктивного письма МО РФ ([1]), взгляды различных авторов на изложение стохастического материала в школе различаются весьма существенно. Поляризация имеющихся позиций впечатляюща: от полного отрицания само́й возможности изучения стохастики в школе ([2]), до создания УМК по элементам статистики и теории вероятностей, по существу,

отдельных от сложившегося курса алгебры ([3]). Стандарт математического образования, принятый в 2004 году ([4]), зафиксировал объём стохастического материала в форме, более пригодной для включения в рамки традиционного курса алгебры основной школы и курса алгебры и начал математического анализа старшей школы.

2. В целом, в настоящее время стохастический материал в школьных учебниках находится на «птичьих» правах, выступая в роли дополнительного материала к имеющемуся курсу алгебры. Ученики и учителя безошибочно различают эту своеобразную чужеродность по простейшему для них внешнему признаку: условию задачи. Если есть «иксы» и «игреки», уравнения, неравенства, графики функций и т.п., то это – алгебра. А вот если появляются монетки, шары в урнах, рукопожатия, Вася с Петей, восклицательные знаки после обычных значков переменных, то это – комбинаторика и вероятность.

Еще примитивнее выглядит положение дел со статистикой, которую в основной школе пока ассоциируют лишь с «зачеркиванием палочек» и непривычным использованием слов «мода» и «медиана». Грубо говоря, непосредственные участники процесса обучения в школе еще согласны с тем, что комбинаторика и вероятность – это, пусть и непривычная, но все же математика. Но вот «признать» статистику одной из составляющих школьного курса математики согласны далеко не все. Наибольшую актуальность при сложившемся положении дел представляют, на наш взгляд, вопросы практической сочетаемости («корреляции») нового со старым. А именно то, каким конкретным образом качественно новый для подавляющего большинства российских учителей математики стохастический учебный материал может быть интегрирован (органично включен) в структуру курса математики основной школы.

3. Почему выпускники школ в России, в основном, надежно и уверенно решают квадратные уравнения? Различных ответов может быть много (кстати, ответ «потому что это очень просто», наверное, самый неверный из них). Но придумывать тут что-то не нужно: сложившаяся система российского математического образования такова, что на протяжении как минимум 3,5 лет ученики практически еженедельно решают те или иные квадратные уравнения. После середины 8-го класса непросто указать какую-либо учебную тему, при изучении которой не пришлось бы решать квадратное уравнение (или неравенство). Используя более высокий стиль, можно сказать так: квадратные уравнения «всюду плотны» примерно на протяжении 150 недель учебной деятельности учащихся, они надежно интегрированы в повседневный процесс обучения. Причем речь вовсе не о том, что сама по себе тема «Квадратные уравнения» стократно повторяется на уроках в 8, 9, 10, 11 классах. Приемлемая прочность усвоения достигается именно из-за того, что формула корней квадратного уравнения в том или ином виде появляется в подавляющем большинстве *других* учебных тем.

Другой пример: почему из всех разнообразных попыток включения начал математического анализа в школьное образование относительно успешными оказались лишь вопросы, связанные с производной? Разумеется, и тут возможны многочисленные варианты ответа. Не разворачивая дискуссию в эту сторону, отметим, что производные также достаточно «плотно» распределены по всему учебному материалу старшей школы. Типов элементарных функций много, во всех учебниках есть задачи, связанные с производными каждого из этих типов, почти для всех типов функций приходится решать задачи на экстремум или монотонность и т.п.

Возвращаясь к теме этой статьи, наша позиция состоит в том, что без надежной

степени равномерной включенности новых стохастических понятий и фактов в «обычную» школьную математику сложно рассчитывать на успех. Если при решении задач по элементам комбинаторики, вероятности и статистики школьники не будут:

– выполнять преобразования числовых и буквенных выражений;
– решать линейные и другие уравнения и неравенства;
– использовать координаты точек, рисовать и исследовать графики функций и т.п.;

то стохастика «повиснет в воздухе», так и останется дополнением, «вкладышем» и т.д., к привычной математике. Верным, на наш взгляд, является и утверждение противоположной направленности. Если при:

– выполнении преобразований числовых и буквенных выражений;
– решении линейных и других уравнений и неравенств;
– использовании координат точек, исследовании графиков функций и т.п.;

ни разу не задавать вопросы типа «Сколько всего…», «В скольких случаях получится, что…», «Чего больше…», «Что более вероятно…», «Как распределены…», то классическая школьная математика так и останется для стохастики не слишком дружелюбной мачехой.

Разумеется, речь не идет о полной ассимиляции комбинаторики, вероятности и статистики в курсе алгебры основной школы: это вещь невозможная в силу самой специфики предмета обсуждения. Но иметь в школе *три* разных учебника (алгебра, геометрия, стохастика), иметь во всех школах разных учителей-математиков (Иванова – по алгебре, Петрова – по геометрии, Сидоров – по вероятности) – вещь также несбыточная и неразумная, прямо противоречащая тезису о единстве математики.

Процесс прочного взаимодействия, налаживания связей стохастики и сложившегося курса математики основной школы по существу только начат, достаточно далек от завершения и, очевидно, потребует довольно длительного времени. Среди разнообразных причин отметим одну, не относящуюся непосредственно к собственно математическому содержанию обсуждаемых вопросов. Дело в том, что реальности отечественного книгоиздания школьной литературы таковы, что любое существенное изменение текста действующего учебника или задачника автоматически приводит к началу новой процедуры по его лицензированию и рекомендации для школ со стороны двух академий (РАН и РАО). А процедура эта весьма длительна и может занимать до двух лет. Поэтому авторы практически всех действующих УМК ограничиваются пока добавлением отдельных, специальных «стохастических» глав или параграфов, никак не затрагивая уже имеющийся учебный материал.

4. Всю стохастическую линию можно условно, но достаточно точно, разделить на три составляющие: комбинаторную, вероятностную и статистическую. За последние шесть лет авторы учебных пособий для школы представили различные варианты объема, порядка и характера комбинирования этих составляющих. По факту, наиболее распространена идея о том, что базовой для изложения стохастики должна непременно быть статистическая линия ([3–6]). Другими словами, начинать полагается с различных таблиц и диаграмм, способов размещения в них экспериментальных данных, с группировки и обработки этих данных, со знакомства с такими понятиями, как размах, среднее, мода, медиана рядов данных и т.п. Быть может, хотя весьма и весьма не бесспорно, эта позиция верна, если рассуждать о преподавании именно и только стохастики. Но если речь идет не об отдельно взятом новом предмете, а о его сочетаемости с уже существующим курсом математики, то выдвижение статистики в качестве доминиру-

ющей линии крайне рискованно в реалиях современного математического образования в России. В первую очередь это связано с тем. что школьные учителя (да и вузовские преподаватели) в подавляющем большинстве хоть как-то знакомы с элементами комбинаторики и простейшими задачами теории вероятностей, а вот вся статистическая терминология и идеология для них совершенно нова и непривычна.

По нашему мнению, в школьном образовании базовой, фундаментальной должна быть **комбинаторная составляющая**, которая «… по особенному значению своему принадлежит к таким отделам, преподавание которых … следует непременно сохранить и поставить в лучшие условия…». Она «…представляет средство для одной из важнейших способностей ума – способности представлять явления в разных комбинациях. Эта способность нужна в жизни всякому…». Именно так, в 1899 г., попечитель Московского учебного округа, профессор П.А.Некрасов, на совещании по вопросам о средней школе описывал значение и место в школьном образовании того, что сейчас принято называть стохастической линией в преподавании математики. Сразу же скажем, что ни в коем случае мы не имеем в виду «формульную» комбинаторику с формулами для числа размещений, сочетаний с повторениями или без оных, замечательными тождествами, соотношениями в треугольнике Паскаля и т.п. Все это – старшая и, скорее всего, профильная школа.

На наш взгляд, в основной школе, с комбинаторной точки зрения вполне достаточно (при имеющемся числе уроков математики) развитых на разнообразных примерах навыков наивного перебора и отбора «руками» нужных вариантов, умений производить разумно организованный (например, в виде дерева вариантов) перебор случаев, и, разумеется, осознанного использования правила умножения, представленного в как можно большем числе разных комбинаций. Скорее всего, про факториалы и перестановки следует говорить тоже в основной школе. Во-первых, это одно из естественных применений правила умножения, во-вторых, – разумная пропедевтика более сложных формул для C_n^k из старшей школы. Именно так организовано изучение комбинаторики в нашем учебнике ([7]).

Взаимоотношения комбинаторики и теории вероятностей в школе, скорее всего, противоположны их взаимоотношениям в вузе. В высшей школе, зачастую, «комбинаторика – служанка теории вероятностей», т.е. комбинаторика появляется в тот момент, когда требуется решить ту или иную вероятностную задачу. В общеобразовательной школе, по нашему мнению, элементы теории вероятностей не должны главенствовать над развитием комбинаторных навыков, а, скорее, наоборот: интересно звучащие, «практико-ориентированные» вероятностные задачи образуют массив учебных задач, на которых повторяются и закрепляются основные комбинаторные умения и навыки. Идея о возможности формирования и развития неких вероятностных компетенций, минуя достаточную комбинаторную базу подготовки учащихся весьма красива, но излишне виртуальна: нет никаких примеров ее надежной реализации на практике.

Мы не будем здесь детально обсуждать взаимоотношений комбинаторики и вероятности со статистикой в преподавании в основной школе. Такой разговор требует отдельной статьи. Отметим только три момента. Несомненно, повышение статистической культуры учащихся и, вообще, населения – вещь крайне важная и, пожалуй, жизненно необходимая. Ясно, что статистика наименее соотносится с курсом математики и поэтому наиболее сложна для включения именно в курс математики. Наконец, любая статистическая задача, пусть и минимально связанная с реальностью, приводит к таким

вычислениям, которые (на бумаге или на калькуляторе) займут все время на уроках. Вполне возможно, что часть статистического материала следует изучать на уроках информатики, а наивные статистические представления об окружающей действительности формировать на уроках естествознания или ОБЖ.

5. Приведем (с решениями) примеры задач, показывающих возможности включения, интегрирования комбинаторных тем в обычный курс алгебры (они взяты из нашего задачника ([7]) – с сохранением нумерации).

Задача 18.9. На координатной плоскости отмечены все точки, абсциссы и ординаты которых равны одному из следующих чисел: -3, -1, 1, 2, 7 (повторения допускаются). Сколько всего таких точек отмечено: а) на плоскости; б) левее оси ординат; в) выше оси абсцисс; г) в круге радиуса 5 с центром в начале координат?

Решение. а) Сначала будем выбирать абсциссу точки (первое испытание). Есть 5 возможных исходов: абсцисса может равняться -3, -1, 1, 2 или 7. Затем будем выбирать ординату точки (второе испытание), здесь также есть 5 возможных исходов. По правилу умножения всего получается $5 \cdot 5 = 25$ точек.

б) Левее оси ординат – это значит, абсцисса отрицательна, т.е. может равняться или -3, или -1; всего 2 исхода. Для выбора ординаты есть 5 исходов. По правилу умножения всего получается $2 \cdot 5 = 10$ точек.

в) Аналогично б) получаем $5 \cdot 3 = 15$ точек.

г) Круг радиуса 5 с центром в начале координат – это все точки $(x; y)$ координатной плоскости, для которых $x^2 + y^2 \le 25$. Это неравенство неверно, если $x = 7$ или $y = 7$. Это неравенство верно, если обе координаты равны -3, -1, 1, или 2. По правилу умножения всего получается $4 \cdot 4 = 16$ точек.

С одной стороны, это задача на новую учебную тему по комбинаторике – правило умножения. С другой стороны, при решении мы повторяем тему «Координатная плоскость», переводим текстовую формулировку задачи в геометрическую, геометрическую – в алгебраическую (неравенства) и только потом – в комбинаторную. Приведенное решение ориентировано для тех, кто уже знает правило умножения. Для тех, кто его не знает, или знал да забыл, само изображение всех точек, и подсчет их числа вполне достаточное подтверждение этого правила. В следующем примере прямой подсчет уже вряд ли возможен.

Задача 18.10. Известно, что $x = 2^a 3^b 5^c$ и a, b, c – числа из множества $\{0, 1, 2, 3\}$ (совпадения допускаются). а) Найдите наименьшее и наибольшее значения числа x. б) Сколько всего таких чисел можно составить? в) Сколько среди них будет четных чисел? г) Сколько среди них будет чисел, оканчивающихся нулем?

Решение. а) Наименьшее число получится, когда $a = b = c = 0$, а наибольшее – когда $a = b = c = 3$. Значит, наименьшее число равно 1, а наибольшее – 27 000.

б) Рассмотрим три испытания: выбор числа a, выбор числа b и выбор числа c. Они независимы друг от друга и в каждом имеется по четыре исхода. По правилу умножения получаем, что всего возможны $4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$ варианта. При этом для различных вариантов различными будут и получающиеся числа – используется однозначность разложения числа на простые множители (последнее объяснение стоит приводить только в хорошо подготовленном классе).

в) Число $x = 2^a 3^b 5^c$ будет четным в тех и только в тех случаях, когда $a > 0$, т.е. когда $a \in \{1, 2, 3\}$. Значит, для выбора числа a есть три исхода. Снова применив правило умножения, получим $3 \cdot 4 \cdot 4 = 48$ вариантов.

г) Число $x = 2^a 3^b 5^c$ будет оканчиваться нулем в тех и только в тех случаях, когда среди множителей есть хотя бы одна двойка и есть хотя бы одна пятерка, т.е. когда $a \in \{1, 2, 3\}$ и $c \in \{1, 2, 3\}$. Значит, для выбора чисел a и c есть по три исхода. Применив правило умножения, получим $3 \cdot 4 \cdot 3 = 36$ вариантов.

Это опять-таки задача по комбинаторике, при решении которой мы оперируем базовыми понятиями школьной математики: разложение числа на простые множители, четность, делимость на 10 и т.п.

Оба приведенных примера при желании легко трансформируются в вероятностные: найти вероятность того, что точка лежит в IV координатной четверти; найти вероятность того, что число кратно 12 и т.п.

6. Расскажем теперь об опыте реализации идей данной статьи в наших учебных пособиях. Собственно стохастическая глава «Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей» имеется в учебнике для 9-го класса и состоит из четырех параграфов: комбинаторные задачи, статистика – дизайн информации, простейшие вероятностные задачи, экспериментальные данные и вероятности событий. В задачнике для 9-го класса приведено 77 задач на эти темы (две из них использованы выше). В учебниках для 7-го и 8-го классов обсуждаемого материала нет, но, и на это мы хотим обратить особое внимание читателей журнала, в новых изданиях соответствующих задачников, которые выйдут в свет к началу 2009/10 учебного года, появятся стохастические приложения, написанные П.В.Семеновым. В задачнике для 7-го класса – имеется глава 10 «Элементы статистической обработки данных», которая состоит из восьми небольших параграфов. В каждом из них имеются небольшие теоретические комментарии и по 10 задач. Задачи § 1 главы 10 мы рекомендуем решать в конце изучения главы 1 учебника и задачника. Задачами второго параграфа стоит заняться по завершении изучения главы 2 учебника и задачника и.т.п. Более 70% задач Приложения активно используют и опираются именно на тот материал (переменные, уравнения, линейные функции, степени с натуральными показателями, одночлены, многочлены), который излагается в главах 1–8 учебника и задачника. Тем самым, решение задач § 1 Приложения в определенной степени поможет повторить и закрепить материал главы 1. Аналогично, задачи § 2 могут рассматриваться как закрепление и повторение комплекса понятий и задач главы 2 и т.п. Первые 8 задач каждого параграфа главы 10 связаны с математической статистикой, а две последние задачи – с простейшей комбинаторикой или нахождением простейших вероятностей.

Приложение в задачнике для 8-го класса называется «Простейшие комбинаторные задачи. Организованный перебор вариантов. Дерево вариантов» и состоит из пяти параграфов, каждый из которых опирается на материал соответствующей главы учебника и задачника. Как и в задачнике 7-го класса, многие задачи Приложения (всего их 50 – по 10 дополнительных задач к каждой главе задачника) активно используют и опираются именно на тот материал (алгебраические дроби, квадратные корни, парабола и гипербола, квадратные уравнения, неравенства), который излагается в главах 1–5 учебника и задачника.

7. В качестве примера приведем подборку задач из Приложения, дополняющую главу 5 «Неравенства» (сохраняя нумерацию задачника).

Задача П.41. В неравенстве $a \geq b$ можно вместо a и b поставить 1, 2, 3, 4 или 5. а) Сколько всего числовых неравенств можно получить? б) В скольких случаях полученное неравенство окажется неверным? в) В скольких случаях верным окажется и неравенство $a > b$? г) В скольких случаях верным окажется и неравенство $a > b + 2$?

Задача П.42. В записи * ■ ** вместо * можно поставить $\sqrt{2}$ или $\sqrt{5}$, вместо ■ поставить знак < или >, а вместо ** поставить 1, 2 или 3. Будут получаться различные неравенства: $\sqrt{2} > 1$, $\sqrt{5} < 2, \ldots$ и т.п. а) Нарисуйте дерево вариантов составления таких неравенств. б) Сколько всего неравенств можно составить? в) Сколько будет верных неравенств со знаком < ? г) Сколько всего будет верных неравенств?

Задача П.43. В записи * ■ ** вместо * можно поставить $\sqrt{2}, \sqrt{3}$ или $\sqrt{5}$, вместо ■ поставить знак ≤ или знак ≥, а вместо ** поставить 1,5, 1,7 или 2,3. Будут получаться различные неравенства: $\sqrt{2} \geq 1{,}5$, $\sqrt{5} \leq 2{,}3$ ... и т.п. а) Нарисуйте дерево вариантов составления таких неравенств. б) Сколько всего неравенств можно составить?

Какова вероятность того, что случайным образом выбранное неравенство:

в) со знаком ≥ окажется неверным;

г) со знаком ≤ окажется верным?

Задача П.44. Функция $y = f(x)$ задана равенством $y = \sqrt{ax + b}$. Коэффициент a произвольно выбирают из чисел –2, –1, 1, 2 или 3, а слагаемое b – из чисел 2, 3, 4 или 5. а) Нарисуйте дерево вариантов составления функций указанного вида. б) Сколько всего функций такого вида можно получить?

Какова вероятность того, что случайным образом выбранная функция будет:

в) возрастающей; г) убывающей?

Задача П.45. Выбрали произвольное целое число, которое является решением неравенства $3 < 2x < 43$. Какова вероятность того, что выбранное число будет: а) четным; б) кратным 3; в) кратным 5; г) двузначным?

Задача П.46. Выбрали произвольное целое число, которое является решением неравенства $|3x| < 8$. Какова вероятность того, что выбранное число будет также и решением неравенства: а) $x < -1$; б) $|x + 1| > 0$; в) $x > -1$; г) $|x| < \sqrt{2}$?

Задача П.47. Выбрали произвольное целочисленное решение неравенства $x^2 + 5x - 14 \leq 0$. Какова вероятность того, что выбранное число будет также и решением неравенства: а) $x^2 \leq 1$; б) $x^2 \leq 3$; в) $x^2 \geq 4$; г) $5x + x^2 \geq 0$?

Задача П.48. Выбрали произвольное целочисленное решение неравенства $48 - 13x - x^2 \geq \geq 0$. Какова вероятность того, что выбранное число будет также и решением неравенства: а) $x^2 > 0$; б) $x^2 + 10x \leq 0$; в) $x^2 < 101$; г) $4x^2 - 20x + 21 < 0$?

Задача П.49. На развороте обложки в конце задачника приведена таблица квадратов двузначных чисел. По этой таблице нашли первые цифры всех выписанных в ней чисел.

а) Каков объем проведенного измерения?

б) Заполните таблицу измерений:

Первая цифра квадрата числа	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Сколько раз она встретилась									

в) Какова процентная частота цифры 5?

г) Чему равна мода измерения и какова ее процентная частота?

Задача П.50. Точки A, B, C, D – вершины квадрата. Надо провести ломаную, состоящую из трех отрезков с концами в этих точках. Сколько существует таких ломаных, если: а) все отрезки проводить по сторонам квадрата; б) один из отрезков – диагональ AC, а два других не имеют общих точек; в) один из отрезков – диагональ BD, а два других имеют общие точки? г) Сколько всего существует таких ломаных?

Литература

1. *Болотов В.А.* Инструктивное письмо № 03-93ин/13-03 МО РФ «О введении элементов комбинаторики, статистики и теории вероятностей в содержание математического образования основной школы» // Математика в школе. – 2003. – № 9.

2. *Ивашев-Мусатов О.С.* О теории вероятностей // Математика в школе. – 2005. – № 5.

3. *Тюрин Ю.Н., Макаров А.А., Высоцкий И.Р., Ященко И.В.* Теория вероятностей и статистика – М.: МЦНМО: АО «Московские учебники», 2004–2007.

4. http://www.school.edu.ru/attach/8/281.doc

5. *Бунимович Е.А.* Вероятностно-статистическая линия в базовом школьном курсе математики // Математика в школе. – 2002. – № 4.

6. *Селютин В.Д.* О формировании первоначальных стохастических представлений // Математика в школе. – 2003. – № 3, 4.

7. *Мордкович А.Г., Семенов П.В. и др.* Алгебра-9. Часть 1. Учебник. Часть 2. Задачник. – М: Мнемозина, 2007–2008.

ГОДОВЫЕ ДИАГНОСТИЧЕСКИЕ КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ ПО СТАТИСТИКЕ И ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ (В МОСКВЕ)

Ниже даны два варианта московской годовой контрольной работы 2009 г. по вероятности и статистике – один для седьмого класса, другой для восьмого. Новым в работе для седьмого класса является задания на расчет дисперсии числового набора и использование полученных значений для принятия решения. Работа восьмого класса предъявляется в 2009 г. впервые. Два первых задания повторяют второе и третье задание седьмого класса. Дело здесь не только в желании авторов работы проверить устойчивость приобретенных навыков. Главная причина – многие школы регулярный курс статистики и вероятности начали только с восьмого класса.

В заключение приведен краткий анализ результатов выполнения диагностических работ по теории вероятностей и статистике в 7-х и 8-х классах московских школ.

7 класс.
Контрольная работа по статистике

Пояснительная записка

В контрольную работу по статистике для учащихся 7 классов общеобразовательных школ включено 5 заданий. По сравнению с работой прошлого года произошло три существенных изменения.

1. Исключено задание, непосредственно проверяющее умение производить вычисления по данным таблицы.

2. Добавлено задание, проверяющее умение анализировать столбиковую диаграмму. При этом задание на круговую диаграмму сохранено.

3. Включено задание, проверяющее умение вычислять дисперсию. Последнее задание контролирует понимание свойств среднего арифметического и дисперсии, при этом отметка «отлично» может быть получена учащимся, не выполнившим это задание (см. критерии оценивания).

На работу учащимся отводится 45 минут. Данные в заданиях, где требуются вычисления, адаптированы, поэтому все расчеты могут быть проведены и без калькулятора,